Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение основная общеобразовательная школа д. Зайцевы Котельничского района Кировской области

Утверждаю
Директор школы
____
Подчезерцева Г.В.
Приказ № 29 от 01.09.2023 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебного курса
«Решение текстовых задач по математике»
для обучающихся 5-6 классов
на 2023-2024 учебный год

Составитель программы:
учитель математики
Василькова Н.Н.

д. Зайцевы
2023 г.

Пояснительная записка.

Раньше первостепенной задачей считалось вооружение учащихся глубокими знаниями, умениями и навыками. Сегодня задачи общеобразовательной школы изменились. На первый план выходит формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность в массе информации отобрать нужное, саморазвиваться и самосовершенствоваться.

Программа спецкурса является инструментом для реализации федерального компонента государственного стандарта общего образования и пропедевтикой основного курса алгебры 7-11 классы по решению текстовых задач и рассчитан на 1 час в неделю два года изучения: 5класс- 34 часа, 6 класс- 34 часа и реализуется на основе следующих документов:

- Учебная программа по математике для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика 5-11 кл./ Г. М. Кузнецова, Н. Г. Миндюк- М.: Дрофа, 2010., рекомендованной Департаментом образовательных программ и стандартов общего образования Министерства образования Российской Федерации
- Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования. Стандарт основного общего образования по математике //Математика в школе. – 2004г,-№4, -с.4
- Программа А.В. Шевкина «Текстовые задачи в школьном курсе математики» (педагогический университет «Первое сентября»).

Никто не будет спорить с тем, что каждый учитель должен развивать логическое мышление учащихся. Опыт показывает, что именно на уроках математики может происходить целенаправленное, систематическое формирование логических понятий и действий, т. к. именно в ней, в силу ее специфических особенностей, содержатся большие потенциальные возможности для развития логического мышления школьников.

Важную роль для развития мышления играет решение текстовых задач на уроках математики.

Актуальность:

Состояние математической подготовки учащихся характеризуется в первую очередь умением решать задачи. С другой стороны, задачи – это основное средство развития математического мышления учащихся. Большинство учащихся не в полной мере владеют техникой решения текстовых задач, об этом можно судить по статистическим данным анализа результатов проведения ГИА и ЕГЭ: решаемость задания, содержащего текстовую задачу, составляет около 30%. Такая ситуация позволяет сделать вывод, что большинство учащихся, не в полной мере владеют техникой решения текстовых задач и не умеют за их часто нетрадиционной формулировкой увидеть типовые задания, которые были не достаточно хорошо отработаны на уроках в рамках школьной программы. По этой причине возникла необходимость более глубокого изучения этого традиционного раздела элементарной математики.

Текстовые задачи сопровождают учащегося на протяжении всего школьного обучения. Но как часто для учащихся 5, 6 классов эта часть учебной программы кажется очень сложной и трудной, а иногда даже не преодолимой. Наибольшие трудности вызывает процесс составления уравнения, с помощью которого решаются задачи.

Предлагаемые методы решения задач раскладывают процесс математического моделирования на доступные ученику элементарные шаги. Таким образом, достигается понимание процессов, описанных в задаче, и способов их моделирования. Благодаря этому формируется устойчивый навык решения задач. Ещё одной отличительной особенностью курса является преодоление психологической "боязни задачи".

Данный элективный курс поможет школьникам систематизировать полученные на уроках знания по решению текстовых задач и открыть для себя новые методы их решения, которые не рассматриваются в рамках школьной программы.

Новизна:

Данный курс имеет общеобразовательный, межпредметный характер, освещает роль и место математики в современном мире. Данный курс предполагает четкое изложение теории вопроса, решение типовых задач и самостоятельную работу контролирующего характера. Каждое занятие состоит из двух частей: задачи, решаемые с учителем, и задачи для самостоятельного решения. Основными формами организации учебных занятий являются: лекция, практическая работа, творческие задания. Многообразный дидактический материал дает возможность отбирать дополнительные задания для учащихся с различной степенью подготовки. Все направленно на развитие интереса школьников к предмету, на решение новых задач, на расширение представлений об изучаемом материале. Программа может быть использована в классах с любой степенью подготовки учащихся, способствует развитию познавательных интересов, мышления учащихся. Курс состоит из девяти тем. Темы занятий независимы друг от друга и могут изучаться в любом разумном порядке. Первая тема «Понятие текстовой задачи» является обзорной по данному разделу математики. Темы: «Задачи на движение», «Задачи на движение по реке», «Задачи на части», «Задачи на дроби», «Задачи на работу», «Задачи на проценты», «Задачи на сухое вещество, смеси и сплавы», «Задачи, решаемые с помощью уравнения» - дублируются и 5 и 6 классах, т. к. математический аппарат развивается (учащиеся изучают обыкновенные и десятичные дроби, положительные и отрицательные числа). Изучаемый материал примыкает к основному курсу, дополняя его историческими сведениями, сведениями важными в общеобразовательном или прикладном отношении, материалами занимательного характера при минимальном расширении теоретического материала. Сложность задач нарастает постепенно. Прежде, чем приступать к решению трудных задач, рассматривается решение более простых, входящих как составная часть в решение сложных.

На практические занятия и отработку умений и навыков отводится большая часть времени. В ходе изучения материала данного курса целесообразно сочетать такие формы организации учебной работы, как практикумы по решению задач, лекции, анкетирование, беседа, тестирование, частично-поисковая деятельность. Развитию математического интереса способствуют математические игры (дидактическая, ролевая), викторины, головоломки. Необходимо использовать элементы исследовательской деятельности.

Программа спецкурса рассчитана на учащихся 5-6 классов и помогает систематизировать и обобщить методы решения текстовых задач, полученные на уроках математики. Программа адаптирована на основе программы А.В. Шевкина «Текстовые задачи в школьном курсе математики» (педагогический университет «Первое сентября»). В оригинальной программе автор предлагает изучение курса для обучающихся 5- 9 классов, но в связи с тем, что навык решения задач формируется именно в раннем подростковом возрасте, целесообразно развивать эти умения именно в 5-6 классах. А.В. Шевкин предлагает изучение курса в объеме 72 часа, а данная программа рассчитана на 68 часов: 34 ч -5 класс и 34 ч-6 класс (1 час в неделю)

Цель спецкурса: обобщение, углубление и систематизация знаний по решению текстовых задач, повышение уровня математической культуры учащихся, а также развитие логического мышления.

Задачи:

- вооружить учащихся системой знаний по решению текстовых задач. Сформировать у учащихся полное представление о решении текстовых задач;
- сформировать высокий уровень активности, раскованности мышления, проявляющейся в продуцировании большого количества разных идей, возникновении нескольких вариантов решения задач, проблем;

– повысит уровень математической подготовки;
– способствовать формированию познавательного интереса к математике, развитию творческих способностей учащихся.

После рассмотрения полного курса учащиеся должны иметь следующие **результаты обучения**:
– уметь определять тип текстовой задачи, знать особенности методики её решения, используя при этом разные способы;
– уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач;
– уметь использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса, расширения кругозора и формирования мировоззрения, раскрытия прикладных аспектов математики.

Процесс обучения строится на ряде методических принципов:

- Принцип регулярности. Основная работа происходит не в классе, а дома, индивидуально. При этом лучше заниматься каждый день по 1 часу, чем 1 раз по многу часов.
- Принцип параллельности. Изучать 1 тему, в которую включены задания из ранее изученных.
- Принцип опережающей сложности. Задавать на дом 7-8 доступных задач, 3-4 более сложных, 1-2 превышающие возможности самых сильных учеников. Думая над сложной задачей, процесс усвоения новых идей более эффективен.
- Принцип самоконтроля. Умение анализировать получившийся ответ с ответом, данным в учебном пособии.

Инструментарием для оценивания результатов могут быть: тестирование; анкетирование; творческие работы.

Сведения о прохождении программы элективного курса, посещаемости, результатах выполнения различных заданий фиксируются в специальном журнале.

Планируемые результаты

1.Личностные:
– проявлять понимание и уважение к ценностям культур;
- оценивать ситуации с точки зрения правил поведения и этики;
– мотивировать свои действия; выражать готовность в любой ситуации поступить в соответствии с правилами поведения,
- проявлять в конкретных ситуациях доброжелательность, доверие, внимательность,
помощь и др.
– воспринимать речь учителя (одноклассников), непосредственно не обращенную к учащемуся;
– выражать положительное отношение к процессу познания:
проявлять внимание, удивление, желание больше узнать;
– оценивать собственную учебную деятельность: свои достижения, самостоятельность, инициативу, ответственность, причины неудач;
– применять правила делового сотрудничества: сравнивать разные
точки зрения; считаться с мнением другого человека; проявлять терпение и доброжелательность в споре (дискуссии), доверие к собеседнику (соучастнику) деятельности.

2. Регулятивные :
– планировать решение учебной задачи: выстраивать
последовательность необходимых операций (алгоритм действий);
– оценивать весомость приводимых доказательств и рассуждений
(«убедительно, ложно, истинно, существенно, не существенно»);
– корректировать деятельность: вносить изменения в процесс с

учетом возникших трудностей и ошибок; намечать способы их устранения;
– анализировать эмоциональные состояния, полученные от
успешной (неуспешной) деятельности, оценивать их влияние на настроение человека.
осуществлять итоговый контроль деятельности («что сделано») и
пооперационный контроль («как выполнена каждая операция, входящая в состав учебного действия»);
– оценивать (сравнивать с эталоном) результаты деятельности
(чужой, своей);
– анализировать собственную работу: соотносить план и
совершенные операции, выделять этапы и оценивать меру освоения каждого,
находить ошибки, устанавливать их причины;
– оценивать уровень владения тем или иным учебным действием
(отвечать на вопрос «что я не знаю и не умею?»).

3. Познавательные:

Учащиеся должны *иметь представление*:

- об основных изучаемых понятиях (число, фигура, уравнение, задача) как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;
- об этапах решения задач различных типов;
- о разнообразии типов текстовых задач

Учащиеся должны *уметь*:

- выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику;
- выполнять арифметические действия с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями;
- решать текстовые задачи арифметическим способом; составлять графические и аналитические модели реальных ситуаций;
- составлять алгебраические модели реальных ситуаций и выполнять простейшие преобразования буквенных выражений;
- уметь определять тип текстовой задачи, знать особенности методики её решения, используя при этом разные способы;
- решать уравнения методом отыскания неизвестного компонента действия (простейшие случаи).

Содержание курса

1час в неделю, 5кл.- 34ч, 6 кл.- 34ч (всего 68 часов)

Темы курса.

1. Понятие текстовой задачи	3
2. Натуральные числа	5
3. Задачи на движение	8
4. Задачи на движение по реке	5
5. Задачи на дроби	6
6. Задачи на работу	15
7. Задачи на проценты	13
8. Задачи на сухое вещество, смеси и сплавы	4
9. Задачи, решаемые с помощью уравнений	7
10. Заключительные занятия	2

1. Понятие текстовой задачи.

Понятие текстовой задачи; этапы решения текстовой задачи; наглядные образы как средство решения математических задач; рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач; виды текстовых задач; арифметический и алгебраический способы решения текстовой задачи; алгоритм решения текстовых задач; оформление решения задач.

2. Натуральные числа.

Представление многозначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Особенности выбора переменных и методика решения задач на числа. Задачи решаемые с конца.

3. Задачи на движение. Формула расстояния; нахождение неизвестного расстояния по известным данным скорости и времени; формула скорости; нахождение неизвестной скорости по известным данным расстояния и времени; формула времени; нахождение неизвестного времени по известным данным расстояния и скорости; графический способ решения простых задач на движение

Формула нахождения скорости при встречном движении; понятие «скорость сближения». Задачи на движение в противоположном и обратном направлении. Задачи на движение вдогонку

4. Задачи на движение по реке.

Формулы собственной скорости, скорости по течению, против течения, скорости течения и их взаимосвязь; нахождение неизвестного расстояния по известным данным скорости и времени.

5. Задачи на части.

Понятие дроби, части; задачи на часть от числа (целого), числа(целого) по его части, задачи на нахождение какую часть одно число составляет от другого; сложные задачи на части

6. Задачи на работу.

Понятие работы; понятие производительности; алгоритм решения задач на работу; вычисление неизвестного времени работы; путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа; задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами; задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы; задачи, в которых требуется найти производительность труда; задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы.

7 . Задачи на проценты.

Понятие процента; задачи на пропорции; процентное отношение; нахождение числа по его процентам; формула сложных процентов; простой и сложный процентный рост; задачи, связанные с изменением цены; процентные вычисления в жизненных ситуациях

8. Задачи на сухое вещество, смеси и сплавы.

Задачи на смеси и сплавы; основные допущения при решении задач на смеси и сплавы; задачи, связанные с понятием "концентрация", "процентное содержание"; объёмная концентрация; процентное содержание; формула сложных процентов.

9. Задачи, решаемые с помощью уравнений.

Работа над условием задачи (какие величины известны, а какие надо найти). Выбор вспомогательной модели (краткая запись, таблица, чертёж и т.д.) Определение зависимости между исходными величинами и искомыми. Составление модели задачи (уравнение). Нахождение искомых величин и соотнесение с вопросом задачи.

10. Заключительные занятия

Может быть представлено в виде подведения итогов, проектов по темам за год обучения.

Тематическое планирование

5 класс, 1час в неделю, всего 34 часа

п/п	Тема занятия	Всего часов	Формы контроля
	I. Понятие текстовой задачи	**2**	
1.	Виды текстовых задач Наглядные образы как средство решения математических задач (рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач) оформление краткой записи задачи	1	
2	Алгоритм решения текстовых задач Оформление решения задачи.	1	
	IV. Натуральные числа	**5**	
3.	Задачи на сложение и вычитание натуральных чисел	1	
4.	Задачи на умножение и деление натуральных чисел	1	
5. 6.	Задачи «на части»	2	Самостоятельная работа
7.	Нахождение двух чисел по их сумме и разности	1	
	II. Задачи на движение.	**5**	
8.	Простые задачи на движение. Формулы скорости, времени и расстояния .	1	
9.	Задачи на встречное движение.	1	
10.	Задачи на движение в противоположном направлении.	1	практикум
11.	Задачи на движение вдогонку.	1	
12.	Задачи на движение с отставанием.	1	практикум
	III. Задачи на движение по реке.	**3**	
13.	Скорость по течению, против течения, собственная скорость и взаимосвязь этих величин.	1	
14.	Практикум по решению задач	1	
15.	Творческий отчет задачи на движение	1	творческая работа
	V. Задачи на дроби	**4**	
16.	Дробь от числа Число по значению дроби	1	
17.	Какую часть одно число составляет от другого	1	практикум
18. 19.	Практикум по решению задач более сложных задач	2	
	VI. Задачи на работу.	**7**	
20.	Понятие работы, понятие производительности Алгоритм решения задач на совместную работу	1	
21.	Путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа;	1	практикум
22.	Задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами.	1	
23.	Задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы	1	
24.	Задачи, в которых требуется найти производительность труда	1	практикум

25.	Практикум по решению задач	1	
26.	Творческий отчет задачи на работу	1	творческая работа
	VII.Задачи на проценты.	**4**	
27. 28.	Нахождение процента от числа Нахождение числа по его процентам Процентное отношение	2	практикум
29.	Задачи, связанные с изменением цены Процентные вычисления в жизненных ситуациях	1	
30.	Практикум по решению задач	1	
31.	Творческий отчет «Задачи на проценты»	1	творческая работа
	IIIV. Задачи, решаемые с помощью уравнения	**3**	
32.	Этапы математического моделирования текстовой задачи	1	
33	Практикум по решению задач с помощью уравнения	1	
34	**IX. Заключительное занятие**	1	творческая работа

Тематическое планирование

6 класс, 1час в неделю, всего 34 часа

п/п	Тема занятия	Всего часов	
	I. Понятие текстовой задачи	**1**	
1.	Этапы решения текстовой задачи; Алгоритм решения текстовых задач Оформление решения задачи.	1	
	II. Задачи на движение.	**3**	
2.	Простые задачи на движение. Формулы скорости, времени и расстояния и их взаимосвязь.	1	
3.	Задачи на встречное движение. Задачи на движение в противоположном направлении.	1	практикум
4.	Задачи на движение вдогонку. Задачи на движение с отставанием.	1	практикум
	III. Задачи на движение по реке.	**2**	
5.	Скорость по течению, против течения, собственная скорость и взаимосвязь этих величин.	1	
6.	Практикум по решению задач	1	практикум
	V. Задачи на дроби	2	
7.	Дробь от числа Число по значению дроби Какую часть одно число составляет от другого	1	
8.	Практикум по решению задач более сложных задач	1	
	VI. Задачи на работу.	**8**	
9.	Понятие работы, понятие производительности Алгоритм решения задач на работу	1	
10.	Вычисление неизвестного времени работы;	1	

11.	Путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа;	1	практикум
12.	Задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами.	1	
13.	Задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы	1	
14.	Задачи, в которых требуется найти производительность труда	1	
15.	Задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы	1	
16.	Творческий отчет задачи на работу	1	творческая работа
	VII.Задачи на проценты.	**9**	
17.	Понятие процента	1	
18. 19.	Задачи на пропорции. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	2	практикум
20. 21	Формула сложных процентов	2	
22.	Простой и сложный процентный рост	1	
23. .	Задачи, связанные с изменением цены Процентные вычисления в жизненных ситуациях	1	Самостоятельная работа
24.	Практикум по решению задач	1	
25.	Творческий отчет «Задачи на проценты»	1	творческая работа
	VIII. Задачи на сухое вещество, смеси и сплавы	**4**	
26.	Задачи на смеси и сплавы	1	
27.	Основные допущения при решении задач на смеси и сплавы Задачи, связанные с понятием "концентрация", "процентное содержание" объёмная концентрация	1	
28.	Процентное содержание	1	практикум
29.	Формула сложных процентов	1	
	IX. Задачи, решаемые с помощью уравнения	**4**	
30.	Этапы математического моделирования текстовой задачи	1	
31. 32. 33.	Практикум по решению задач с помощью уравнения	3	
34.	**X. Заключительное занятие**	**1**	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. М.А. Иванов. Математика без репетитора. 800 задач с ответами и решениями для абитуриентов. Учебное пособие. – М.: Издательский центр «Вентана – Граф», 2010г.
2. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: уч. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич – М.: Просвещение, 1999. – 271 с.
3. Дорофеев, Г.В., Седова, Е.А. Процентные вычисления, 10-11 классы: учебно-методическое пособие. – М. Дрофа, 2004. – 144с.
4. Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. Пособие по математике для поступающих в вузы (избранные вопросы элементарной математики). – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976г.
5. Ю.В. Садовничий. Математика. Конкурсные задачи по алгебре с решениями. Часть 6. Решение текстовых задач. Учебное пособие.– 3-е изд., стер. – М.: Издательский отдел УНЦ ДО, 2003г. (серия «В помощь абитуриенту»). Кузнецова, Л.В. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / В. Кузнецова, С.Б. Суворова и др. М.: Просвещение, 2006 – 192с.
6. Симонов, А.С. Сложные проценты. / Математика в школе. – 1998. - № 5.
7. Совайленко, В.Е. Сборник развивающих задач. / В.К.Совайленко Ростов на – Дону: Легион, 2005. 256с.
8. М.В. Лурье, Б.И. Александров. Задачи на составление уравнений. Учебное руководство. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1990г.
9. Н.И. Попов, А.Н. Марасанов. Задачи на составление уравнений. Учебное пособие. Йошкар-Ола: Мар. гос. ун-т, 2003г.
10. А. Тоом Как я учу решать текстовые задачи. - Еженедельная учебно-методическая газета «Математика», №46, 47, 2004г.
11. А. Прокофьев, Т. Соколова, В. Бардушкин, Т. Фадеичева. Текстовые задачи. Еженедельная учебно-методическая газета «Математика», №9, 2005г.
12. *В. Булынин* Применение графических методов при решении текстовых задач. – Еженедельная учебно-методическая газета «Математика», №14, 2005г.
13. Шарыгин, И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. / И.Ф. Шарыгин – М. Просвещение, 1989. – 252 с.
14. Шевкин, А.В. Текстовые задачи. – М. Просвещение 1997. – 112с.

Приложение

Памятка по решению текстовых задач

- 🕮 Прочитайте задачу целиком. Определите её тип.
- 🕮 Подумайте, какие величины известны, а какие надо найти.
- 🕮 Выберите вспомогательную модель (краткая запись, таблица, чертёж и т.д.) и занесите исходные данные.
- 🕮 Определите зависимости между исходными величинами и искомыми.
- 🕮 Постройте решаемую модель (уравнение, систему уравнений, функцию и т.д.)
- 🕮 Преобразуйте созданную решаемую модель и найдите искомые величины.
- 🕮 Вернитесь к условию задачи и ещё раз прочтите.
- 🕮 Проверьте, все ли искомые величины найдены.
- 🕮 Сделайте проверку.

Желаю успеха!

Понятие тестовой задачи

В обучении математике велика роль текстовых задач.

Решая задачи, учащиеся приобретают новые математические знания, готовятся к практической деятельности. Задачи способствуют развитию их логического мышления. Большое значение имеет решение задач и в воспитании личности учащихся. Поэтому важно, чтобы учитель имел глубокие представления о текстовой задаче, о её структуре, умел решать такие задачи различными способами.

Текстовая задача – есть описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами или определить вид этого отношения.

Решение задач – это работа несколько необычная, а именно умственная работа. А чтобы научиться какой-либо работе, нужно предварительно хорошо изучить тот материал, над которым придётся работать, те инструменты, с помощью которых выполняется эта работа.

Значит, для того чтобы научиться решать задачи, надо разобраться в том, что собой они представляют, как они устроены, из каких составных частей они состоят, каковы инструменты, с помощью которых производится решение задач.

Каждая задача – это единство условия и цели. Если нет одного из этих компонентов, то нет и задачи. Это очень важно иметь в виду, чтобы проводить анализ текста задачи с соблюдением такого единства. Это означает, что анализ условия задачи необходимо соотносить с вопросом задачи и, наоборот, вопрос задачи анализировать направленно с условием. Их нельзя разрывать, так как они составляют одно целое.

Математическая задача – это связанный лаконический рассказ, в котором введены значения некоторых величин и предлагается отыскать другие неизвестные значения величин, зависимые от данных и связанные с ними определенными соотношениями, указанными в условии.

Любая текстовая задача состоит из двух частей: условия и требования (вопроса).

В условии соблюдаются сведения об объектах и некоторых величинах, характеризующих данные объекта, об известных и неизвестных значениях этих величин, об отношениях между ними.

Требования задачи – это указание того, что нужно найти. Оно может быть выражено предложением в повелительной или вопросительной форме («Найти площадь треугольника.» или «Чему равна площадь прямоугольника?»).

Рассмотрим задачу: На тракторе «Кировец» колхозное поле можно вспахать за 10 дней, а на тракторе «Казахстан» – за 15 дней. На вспашку поставлены оба трактора. За сколько дней будет вспахано это поле?

В задаче пять неизвестных значений величин, одно из которых заключено в требовании задачи. Это значение величины называется искомым.

Иногда задачи формируются таким образом, что часть условия или всё условие включено в одно предложение с требованием задачи.

В реальной жизни довольно часто возникают самые разнообразные задачные ситуации. Сформулированные на их основе задачи могут содержать избыточную информацию, то есть, такую, которая не нужна для выполнения требования задачи.

На основе возникающих в жизни задачных ситуаций могут быть сформулированы и задачи, в которых недостаточно информации для выполнения требований. Так в задаче: «Найти длину и ширину участка прямоугольной формы, если известно, что длина больше ширины на 3 метра» – недостаточно данных для ответа на её вопрос. Чтобы выполнить эту задачу, необходимо её дополнить недостающими данными.

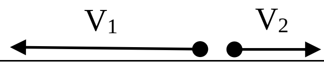
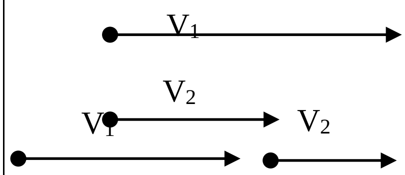
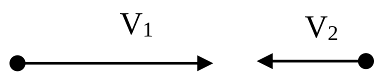
Одна и та же задача может рассматриваться как задача с достаточным числом данных в зависимости от имеющихся и решающих значений.

Рассматривая задачу в узком смысле этого понятия, в ней можно выделить следующие составные элементы:

Словесное изложение сюжета, в котором явно или в завуалированной форме указана функциональная зависимость между величинами, числовые значения которых входят в задачу.
Числовые значения величин или числовые данные, о которых говорится в тексте задачи.
Задание, обычно сформулированное в виде вопроса, в котором предлагается узнать неизвестные значения одной или нескольких величин. Эти значения называют искомыми.
Задачи и решение их занимают в обучении школьников весьма существенное место и по времени, и по их влиянию на умственное развитие ребенка.
Понимая роль задачи и её место в обучении и воспитании ученика, учитель должен подходить к подбору задачи и выбору способов решения обоснованно и чётко знать, что должна дать ученику работа при решении данной им задачи.

Решение задач на совместное движение

Начиная с 5-го класса, ученики часто встречаются с этими задачами. Еще в начальной школе учащимся дается понятие «общей скорости». В результате у них формируются не совсем правильные представления о скорости сближения и скорости удаления (данной терминологии в начальной школе нет). Чаще всего, решая задачу, учащиеся находят сумму. Начинать решать эти задачи лучше всего с введения понятий: «скорость сближения», «скорость удаления». Для наглядности можно использовать движение рук, объясняя, что тела могут двигаться в одном направлении и в разном. В обоих случаях может быть и скорость сближения и скорость удаления, но в разных случаях они находятся по-разному. После этого ученики записывают следующую таблицу:
Таблица 1.
Методы нахождения скорости сближения и скорости удаления

	Движение в одном направлении	Движение в разных направлениях 
Скорость удаления		
Скорость сближения		
	V1-V2	V1+V2

При разборе задачи даются следующие вопросы.
С помощью движения рук выясняем, как двигаются тела относительно друг друга (в одном направлении, в разных).
Выясняем, каким действием находится скорость (сложением, вычитанием)
Определяем, какая это скорость (сближения, удаления). Записываем решение задачи.
Пример №1. Из городов А и В, расстояние между которыми 600 км, одновременно, навстречу друг другу вышли грузовая и легковая машины. Скорость легковой 100 км/ч, а грузовой – 50 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
Учащиеся движением рук показывают, как движутся машины и делают следующие выводы:

машины движутся в разных направлениях;
скорость будет находиться сложением;
так как они движутся на встречу друг другу, то это скорость сближения.
Решение:
100+50=150 (км/ч) – скорость сближения.
600:150=4 (ч) – время движения до встречи.
Ответ: через 4 часа
Пример №2. Мужчина и мальчик вышли из совхоза в огород одновременно и идут одной и той же дорогой. Скорость мужчины 5 км/ч, а скорость мальчика 3 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 часа?
С помощью движения рук, выясняем:
мальчик и мужчина движутся в одном направлении;
скорость находится разностью;
мужчина идет быстрее, т.е., удаляется от мальчика (скорость удаления).
Решение:
5 – 3 =2 (км/ч) – скорость удаления.
2*2=4 (км) – расстояние между мужчиной и мальчиком через 2ч.
Ответ: 4 км.

Задачи, решаемые с помощью таблиц

При подготовке к решению таких задач можно удачно использовать карты сигналы (см. рис. 1).

№1	на…больше	+
№2	в…больше	Х
№3	на…меньше	–
№4	в…меньше	:

Рис. 1. Карты сигналы

Устный счет следует проводить с использованием данных карт, которые должны быть у каждого учащегося, что позволяет привлечь к работе весь класс.
Пример №1. У первого мальчика на 5 марок больше, чем у второго. Как найти сколько у второго?
Учащиеся поднимают карту №1 и объясняют, что к числу первого нужно прибавить 5, так как у него на 5 больше, выделяя интонацией «на … больше».
Пример №2. У второго 30 марок, а у первого в 3 раза меньше. Сколько марок у первого?
Учащиеся должны поднять карту №4 и ответить: 10 марок, так как 30 : 3 = 10. Опорные слова – «в…меньше».
Подбор задач на устный счет должен быть разнообразным, но каждый раз ученик должен давать объяснение, называя опорные слова. В таблице опорные слова лучше подчеркивать.

Пример №3. Всадник проехал 80 км за 5 часов. Сколько времени потратит на этот путь велосипедист, если его скорость на 24 км/ч больше скорости всадника?
Таблица 2
Таблица для решения задачи из примера №3

	Скорость	Время	Расстояние
Всадник	16 км/ч		80 км
Велосипедист	на 24 км/ч больше		80км

При заполнении таблицы ученик должен подчеркнуть опорные слова и объяснить, что скорость всадника находится путем сложения 16 км/ч и 24 км/ч. Затем, устанавливая функциональную зависимость между величинами, учащиеся заполняют все строки и столбцы таблицы. После этого, в зависимости от поставленной задачи, ученик или отвечает на вопрос, или оформляет решение. Работая с таблицей, учащийся должен понимать, что при решении задачи все строки и столбцы должны быть заполнены данными задачи, и данными, которые получаются в результате использования функциональной зависимости между величинами.

Решение задач на нахождение части числа и числа по части

Для подготовки к решению данных задач проводится работа по усвоению понятия дроби. При устном счете нужно добиться, чтобы каждый учащийся знал:
какое действие обозначает дробная черта;
что обозначает дробь.

Дробная черта обозначает действие деления, а дробь $\frac{3}{4}$ обозначает, что данное разделили на 4 равных части и взяли 3. Для этого хорошо использовать конверты, которые готовят все учащиеся с помощью родителей. В конверты вложены круги: целые, разрезанные пополам, на 3 равные части, на 4; 6; 8 частей. Каждые доли одного круга имеют одинаковый цвет. Используя этот материал, учащиеся наглядно видят, как получаются дроби.

Например. Выложить фигуру, изображающую дробь $\frac{5}{6}$. Зная цвета долей, учитель видит ошибки, допускаемые учащимися, и разбирает задание. При ответе ученик говорит, что круг разделили на 6 равных частей и взяли 5 таких частей.
Наличие подобных конвертов дает возможность наглядного представления о сложении дробей с одинаковыми знаменателями и о вычитании из единицы дроби. Так как к работе привлечены все учащиеся и сложение видно наглядно, после двух примеров учащиеся сами формулируют правило сложении дробей с одинаковыми знаменателями.
Рассмотрим вычитание.

Из 1 вычтем $\frac{1}{4}$. Учащиеся кладут на стол круг, но замечают, что из него пока убрать ничего не возможно. Тогда они предлагают круг разрезать на 4 равные части и убрать одну. Делаем вывод, что 1 надо заменить дробью $\frac{4}{4}$. После 2-3 примеров учащиеся сами делают вывод.
С использованием этого материала дается понятие об основном свойстве дроби, когда на дробь $\frac{1}{3}$ они выкладывают $\frac{2}{6}$ и т.д. Отработав этот материал, приступаем к решению задач.

Пример №1. В саду 120 деревьев. Березы составляют $\frac{2}{3}$ всех деревьев, а остальные сосны. Сколько было сосен?

Изобразим число деревьев, начертив отрезок. Напишем данные, причем число частей ставим под отрезком, так как с этими числами нужно выполнять деление при решении задачи (см. рис.2).

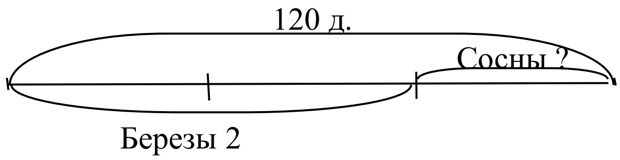


Рис. 2. Графическое изображение задачи из примера №1

Вопрос: Что означает дробь $\frac{2}{3}$?
Ответ: Все количество деревьев разделили на 3 равные части и березы составляют 2 части.
I способ:
120 / 3 = 40 (дер.) – составляют одну часть.
40*2 = 80 (дер.) – было берез.
120 - 80 = 40 (дер.) – было сосен.
II способ:
120 / 3 = 40 (дер.)
3 – 2 = 1 (часть) – составляют сосны.
40*1 = 40 (дер.) – составляют сосны.
Ответ: 40 сосен.

Пример №2. 10 га занято свеклой, что составляет $\frac{2}{5}$ всего поля. Какова площадь поля?

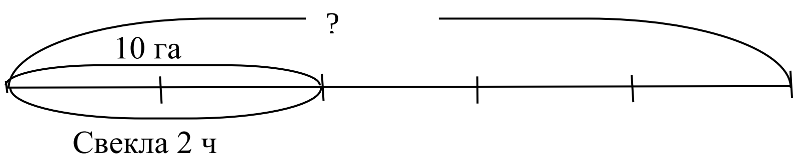


Рис. 3. Графическое изображение задачи из примера №2

Изобразим площадь поля отрезком. Выясняем, что обозначает дробь $\frac{2}{5}$. Замечаем, что 10 га составляют 2 части, и находим, сколько составляет 1 часть.
10 / 2 = 5 (га) – составляет одна часть.
Так как все поле составляет 5 частей, находим площадь поля.
5*5 = 25 (га) – площадь поля.
Ответ: 25 га.
Пример №3. Около дома стояло 7 машин. Из них – 2 белые. Какую часть всех машин составляют белые?

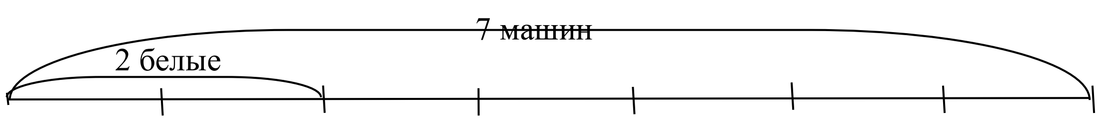


Рис. 4. Графическое изображение задачи из примера №3

Одна машина составляет $\frac{1}{7}$ всех машин, а так как белых 2, то белые составляют $\frac{2}{7}$.
На основе этой задачи нужно отработать такие вопросы: Какую часть составляют 15 мин. от часа? Какую часть составляют 300 г? От килограмма? - и т.д.

Пример №4. Пионерский отряд решил собрать 12 кг макулатуры, собрал $\frac{5}{4}$ этого количества. Сколько килограммов собрал отряд?

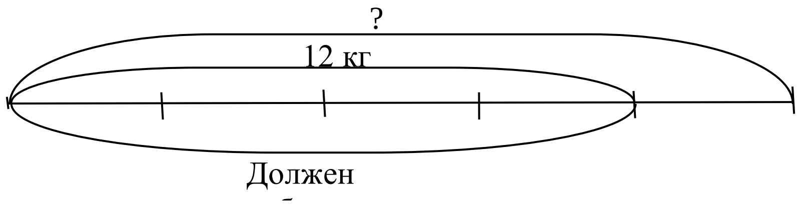


Рис. 5. Графическое изображение задачи из примера №4

В процессе решения задач нужно отметить, что плановое задание всегда принимается за 1 и поэтому 12 кг принимаем как $\frac{4}{4}$. Но так как учащиеся собрали $\frac{5}{4}$, то изображенный отрезок продолжим еще на $\frac{1}{4}$. Далее идет решение задачи обычным способом.
На основе опорных чертежей можно решать и более сложные задачи.

Пример №5. Покупатель израсходовал в первом магазине $\frac{2}{7}$ всех денег, а во втором - $\frac{3}{5}$ остатка. Сколько денег у него было, если во втором он израсходовал 60 рублей?
Решая эту задачу, нужно учитывать, что мы находим часть числа не от одной суммы, и поэтому чертеж следует дополнить.
Решая подобные задачи, учащиеся должны постоянно работать с черте

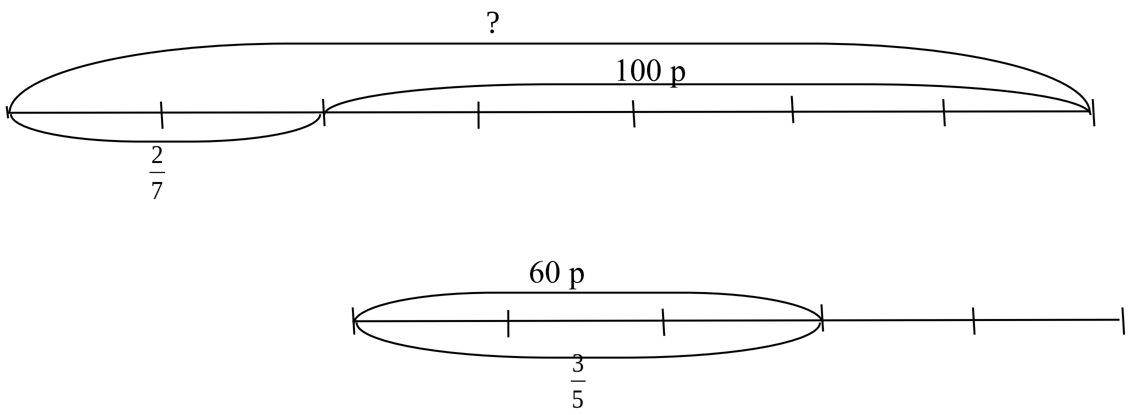
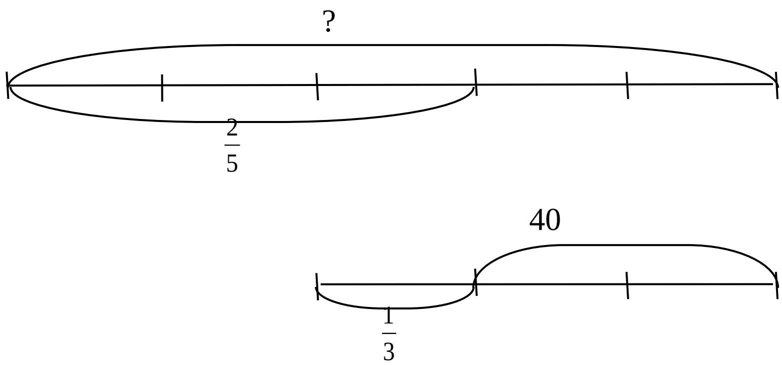


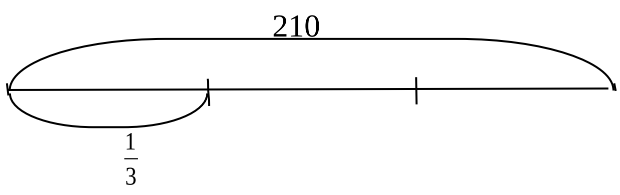
Рис. 6. Графическое изображение задачи из примера №5

Объяснение $\frac{3}{5}$.

Так как 60 рублей составляют $\frac{3}{5}$ остатка, то найдем, сколько составляет 1 часть остатка.
60 / 3 = 20 (руб.) – составляет 1 часть остатка
Весь остаток составляет пять таких частей. Найдем остаток.
20*5 = 100 (руб.) – остаток после первого магазина
Полученное число 100 ставим в верхней части чертежа.
Замечаем, что 100 рублей составляет лишь 5 частей всех денег, так как по условию частей 7, а в первом магазине покупатель израсходовал 2.
7 – 2 = 5 (частей) – составляют 100 рублей.
Найдем, сколько составляет 1 часть всех денег.
100 / 5 = 20 (руб.) – составляет 1 часть всех денег.
Так как все деньги составляют 7 частей, найдем их количество.
20*7 = 140 (руб.) – было у покупателя.
При устном счете учащиеся должны уметь составлять задачи по готовым чертежам. Например (рис 7.):
а)



б)



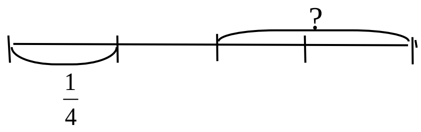


Рис. 7. Решение задач по готовым чертежам

В пятом классе после изучения деления и умножения дробей формулируем правило, позволяющее перейти к решению задач без помощи чертежей.
известна часть, находим целое – действие деления;
известно целое, находим часть – действие умножение.

Задачи на проценты

Процент – это сотая часть. наглядная иллюстрация процента может быть продемонстрирована на метровой школьной линейке с делениями по 1 см. В данном случае 1 см является сотой частью линейки, т.е. 1%. Можно дать следующие задания:
показать на линейке 25%, 40% и т.д.
назвать число процентов, которые показываются на линейке.
Затем работу можно продолжить на отрезках, задавая вопросы, например:
Как показать 1% отрезка?
Ответ: отрезок нужно разделить на 100 равных частей и взять одну часть.
Или: покажите 5% и т.д. (см. рис. 8).

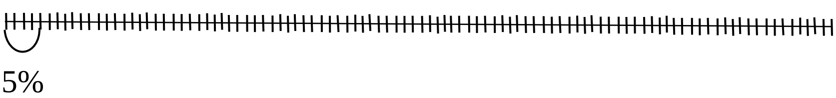


Рис. 8. Метод отложения на отрезке

Условимся, что деление отрезка на 100 равных частей делаем словно. Приступая к решению задач, их нужно сравнить с задачами предыдущего пункта, что ускорит усвоение приемов решения.
Пример №1. Ученик прочитал 138 страниц, что составило 23% всех страниц книги. Сколько страниц в книге?

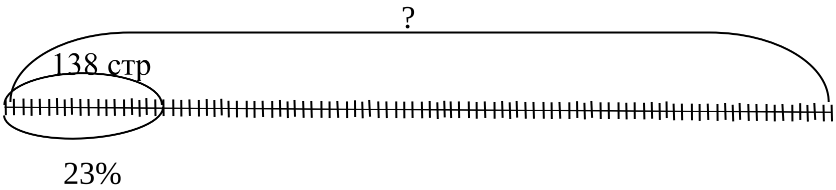


Рис. 9. Графическое изображение задачи из примера №1

Объяснение: Число страниц в Кинге неизвестно. Ставим знак вопроса. Но число страниц составляет 100%. Показываем это на отрезке, выполняя деление на условные 100 равных частей (для слабоуспевающих детей внизу отрезка можно ставить еще и число 100). Затем отмечаем число 138 и показываем, что оно составляет 23%.
При решении задач предыдущего раздела и задач на проценты следует объяснить учащимся, что прежде всего нужно выяснить, сколько составляет 1 часть или 1%.
Так как 138 страниц составляют 23%, то находим, сколько приходится на 1%.
138 / 23 = 6 (стр.) – составляет 1%.
Так как число страниц в книге составляет 100%, то
6*100% = 600 (стр.) – в книге.
Ответ: В книге 600 страниц.

Пример №2. Мальчик истратил на покупку 40% имевшихся у него денег, а на оставшиеся 30 копеек купил билет в кино. Сколько денег было у мальчика?

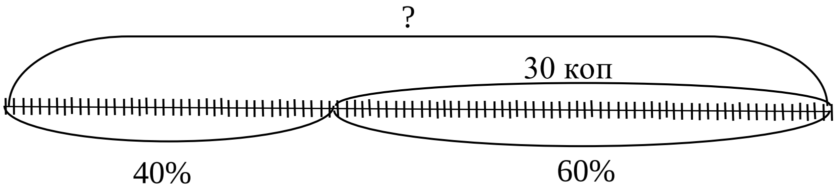


Рис. 10. Графическое изображение задачи из примера №2

Объяснение: Количество всех денег неизвестно, ставим знак вопроса. Все деньги составляют 100%, поэтому разделим отрезок условно на 100 равных частей. Найдем, сколько процентов составляют 30 копеек.
100%-40% = 60% - составляют 30 копеек.
Обозначаем 60% на чертеже. Найдем, сколько составляет 1% далее объяснение аналогичное.

Пример №3. В школе 700 учащихся. Среди них 357 мальчиков. Сколько процентов учащихся этой школы составляют девочки?

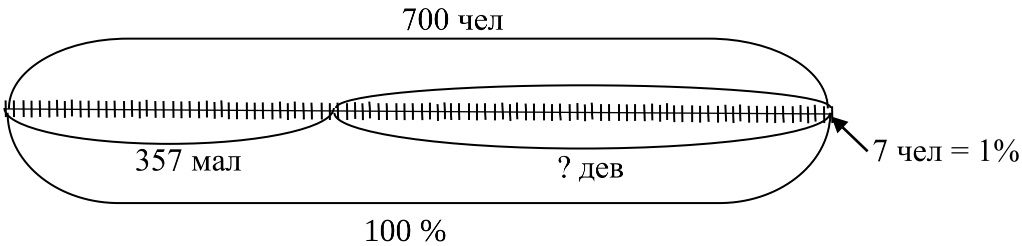


Рис. 11. Графическое изображение задачи из примера №3

Объяснение: Число учащихся 700 человек, что составляет 100%. Отрезок условно делим на сто равных частей. (Само выполнение чертежа подсказывает ученику первое действие).
700 / 100 = 7 (чел.) – составляют 1%.
Узнаем, сколько процентов составляют мальчики. Для этого:
357 / 7 = 51%
(Можно сказать и так: «Сколько раз в 357 содержится по 7%?»)
Работаем с чертежом. Узнаем, сколько процентов составляют девочки.
100%-51%=49%
Ответ 49%
При решении задачи чертеж должен быть постоянно в поле зрения учащихся, так как является наглядной иллюстрацией задачи.
Пример №4. По плану рабочий должен был сделать 35 деталей. Однако он сделал 14 деталей сверх плана. На сколько процентов он перевыполнил план?

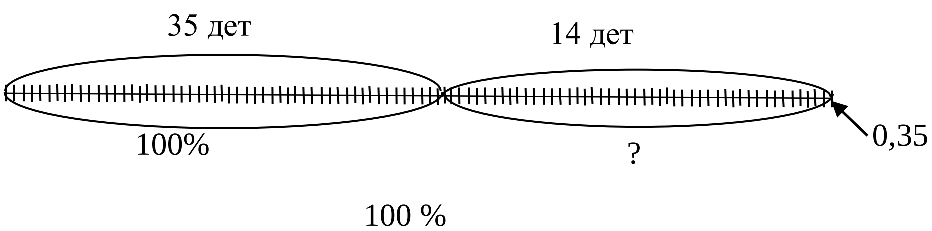


Рис.12. Графическое изображение задачи из примера №4

Решая задачу, нужно объяснить, что план всегда составляет 100% и поэтому 35 деталей составляют 100%. Чтобы узнать, сколько составляет 1% нужно:

35 / 100 = 0,35 (дет.)
Узнаем, сколько процентов составляют 14 деталей (сколько раз в 14 содержится по 0,35).
После изучения обыкновенных дробей и правил нахождения части числа и числа по части большинство задач лучше решать, переходя от процентов к дроби.
Пример №1. Ученик прочитал 138 страниц, что составило 23% всех страниц книги. Сколько страниц в книге?
23% составляет 0,23. Так как известна часть количества страниц, а нужно найти все количество, то выполняем действие деления (по правилу, записанному выше):
138 / 0,23 = 13800 : 23=600 (стр.)
Пример №2. Покупатель израсходовал в первом магазине 40% всех денег, а остальные - во втором. Сколько денег он израсходовал во втором магазин, если у него было 160 рублей?
40% составляют 0,4. так как известно все количество денег, а находим их часть, то выполняем действие умножения.
160*0,4 = 64 (руб.) – израсходовал покупатель в первом магазине.
Находим, сколько израсходовал покупатель во втором магазине.
160 - 64=96 (руб.)
Записываем ответ.

Задачи на совместную работу

При решении этих задач нужно выяснить с учащимися, что возможны два случая:
объем выполненной работы известен;
объем выполненной работы неизвестен.
Первые задачи удобно решать, используя таблицы.
Пример. Два токаря вместе изготовили 350 деталей. Первый токарь делал в день 40 деталей и работал 5 дней, второй работал на 2 дня меньше. Сколько деталей в день делал второй токарь?
Составим таблицу (см. табл.3).
Таблица 3
Условие задачи

	Производительность	Время	Количество
1т.	40 деталей	5 дней	+350 дет
2т.	?	на 2 дня меньше	

Объяснение. Так как известны производительность и время работы первого токаря, найдем количество деталей, изготовленных первым токарем.
40*5 = 200 (дет.) – изготовил первый токарь.
Работая с таблицей, делаем вывод, что можно найти, сколько деталей изготовил второй токарь.
350 – 200 = 150 (дет.) – изготовил второй токарь.
Обратив внимание на опорные слова «на…меньше», делаем вывод, что можно найти, сколько дней работал второй.
5 – 2 = 3 (дня) – работал второй токарь.
Зная количество и время работы второго токаря, находим его производительность:
150 / 3 = 50 (дет.) – изготовлял второй токарь в день.
Уже при решении первых задач, нужно приучать детей к правильной терминологии.
Для решения задач второго типа, текст задачи можно проиллюстрировать чертежами, что помогает учащимся зрительно видеть задачу.
Пример 1. Новая машина может выкопать канаву за 8 часов, а старая – за 12. Новая работала 3 часа, а старая - 5 часов. Какую часть канавы осталось выкопать?

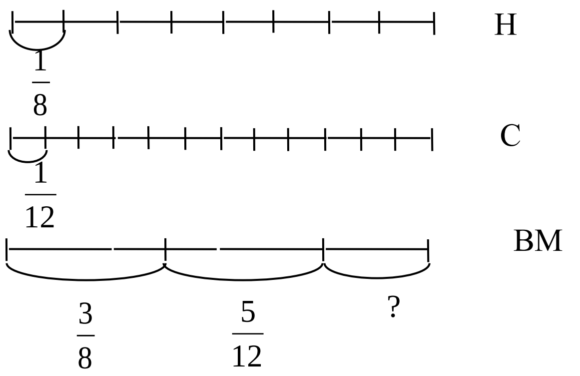


Рис.13. Графическое изображение задачи из примера №1

Дадим наглядное представление этих задач. Условимся, что объем выполненной работы неизвестен, поэтому принимаем его за 1 и изображаем в виде отрезка, но отрезков будет три, так как возможны три случая:
работает одна старая машина;
работает одна новая машина;
работают вместе обе машины.
Выясним, почему отрезки равной длины (обе машины выполняют одну и ту же работу).
Разбор задачи. На сколько равных частей делим первый отрезок? На 8, так как работа выполняется за 8 часов. Что показывает 1 часть? Какую часть работы выполняет новая машина за 1 час, т.е. какова ее производительность?

Так как новая машина работала 3 часа, то выполнила $\frac{3}{8}$ части все работы. Отмечаем на третьем отрезке - $\frac{3}{8}$.
Аналогичные рассуждения проводим, рассматривая старую машину, и отмечаем на третьем отрезке - $\frac{5}{12}$.
Далее рассматривается третий нижний отрезок, и по нему выясняется, как найти оставшуюся часть, т.е., отрезок, обозначенный знаком вопроса.
В связи с экономией времени деление отрезков производится «на глаз», хотя очень полезно показать, как можно разделить быстро на 4 равные части (отрезок делится пополам, а затем каждая часть еще пополам). Аналогично деление на 8 и т.д. На 6 частей – сначала пополам, а потом каждую часть - на три.
Пример №2. Два кузнеца, работая вместе, могут выполнить работу за 8 часов. За сколько часов может выполнить работу первый кузнец, если второй выполняет ее за 12 часов?
Изображая чертеж, мы проводим те же рассуждения, что и в предыдущей задаче.

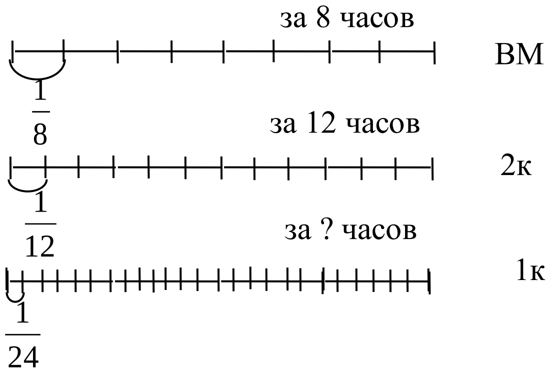


Рис.14. Графическое изображение задачи из примера №2

Разбор задачи. Первый отрезок делим на 8 равных частей, так как оба выполняют работу за 8 часов. Одна часть показывает, какую часть работы они выполняют вместе за 1 час, т.е., их совместную производительность. Аналогичные рассуждения проводим для расчета производительности второго кузнеца.
Зная их совместную производительность и производительность второго, можно найти производительность первого.

$$\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{1}{24}$$

Результат показываем на чертеже.
Выясняем, сколько часов нужно первому кузнецу для выполнения работы (сколько раз в 1 содержится по $\frac{1}{24}$).
Ответ: 24 часа.

Обучение учащихся решению текстовых задач в 5-6 классах

1 Задачи на нахождение двух чисел по сумме и кратному отношению.

Основные понятия в задачах на нахождение двух чисел по сумме и кратному отношению.

В задачах данного типа дается отношение величин, которое является отвлеченным данным и поэтому более трудно детьми воспринимается. Но, кроме этого, при их решении величины выражаются частями – условными единицами измерения.

Поэтому, чтобы решить задачу на нахождение чисел по сумме и кратному отношению, учащиеся должны:

1. понимать части – условные единицы измерения;
2. понимать отношение величин, уметь заменять части отношением величин и наоборот, а также уметь практически делить величину на части в нужном отношении.

Примеры решения задач.

Схема задачи:

100, 4, □, □.
□ - обозначены искомые числа.

Условие задачи:

В магазине было черного сукна в 4 раза больше, чем серого. Всего в магазине было 100 м сукна.
Сколько было черного и серого сукна в отдельности?
Решение.
Пусть серого сукна было x метров, тогда черного x*4 = 4x (метров).
Всего было 100 м. Поэтому $x + 4x = 100$.
Мы составили уравнение. Решим его.
$5x = 100$;
$$\frac{5x}{5} = \frac{100}{5}$$
$x = 20$

Ответ: 20 м серого сукна и 20*4 = 80 (м) черного сукна.

2. Задачи на нахождение чисел по разностному и кратному отношению.

Пример решения задачи.

Схема задачи:

60, 4, □, □.

Условие задачи:

В магазине было черного сукна в 4 раза или на 60 м больше чем серого.
Сколько было черного и серого сукна в отдельности?

Решение.
Пусть серого сукна было y метров, тогда черного y*4 = 4y (метров).
Поэтому $4y - y = 60$ или $3y = 60$;

$$\frac{3y}{3} = \frac{60}{3}$$
$y = 20$

Ответ: 20 м серого сукна и 20*4 = 80 (м) черного сукна.

Задачи на нахождение чисел по сумме и разности.

Примеры решения задачи.

Схема задачи:

□, □, 100 м, 60 м,

Условие задачи:

В магазине было серое и черное сукно всего 100 м. Черного сукна было на 60 м больше чем серого.

Сколько было черного и серого сукна в отдельности?

Решение (1-й способ).

Пусть серого сукна было *к* метров, тогда черного (*к+60) м* так как черного было на 60 м больше чем серого.

Всего сукна было 100 м.

Составим уравнение:

к + 60 + к = 100

60 + 2к = 100

2к = 40

к = 20

Ответ: на складе было 20 м серого сукна, а черного -

20 + 60 = 80 м.

Решение (2-й способ).

Пусть черного сукна было *у* метров, тогда серого (*у - 60) м* так как серого было на 60 м меньше чем черного.

Всего сукна было 100 м.

Составим уравнение:

у - 60 + у = 100

2у = 160

у = 80

Ответ: на складе было 80 м черного сукна, а серого -

80 - 60 = 20 м.

Составление задач данных трех типов: сумма чисел, разностное отношение, кратное отношение.

При составлении задач приходится заранее сравнивать (связывать) числа, которые в условии задачи будут неизвестными.

Пусть мы хотим составить задачу с такими данными: 20 м серого сукна и 80 м черного сукна.

Существует три способа “ связывания” данных:

1.Сложением (найдем сумму чисел):

20+80=100(м) было всего сукна.

2.Вычитанием (найдем разностное отношение):

80-20=60(м)
На 60 м было больше черного сукна, чем серого.

3.Делением (найдем кратное отношение):

80:20=4(раза)
В 4 раза было больше черного сукна, чем серого.

Для составления задач нам надо выбрать два числа из трех полученных нами результатов сравнения: 100, 60, 4.

Получаем следующую таблицу задач:

	Сумма чисел	Разностное отношение	Кратное отношение	Искомые числа	
Исходный набор значений	100	60	4	20	80
1-я задача	100		4	20	80
2-я задача		60	4	20	80
3-я задача	100	60		20	80

Задачи для работы в классе.

1.а) Школа-интернат заготовила всего 4500 кг капусты и картофеля, причем картофеля было заготовлено в 8 раз больше, чем капусты. Сколько заготовили капусты и картофеля в отдельности?
б) Школа-интернат заготовила картофеля на 3500 кг больше, чем капусты. Всего было заготовлено картофеля и капусты 4500 кг. Сколько заготовили капусты и картофеля в отдельности?
в) Школа-интернат заготовила картофеля на 3500 кг больше, чем капусты, причем картофеля было заготовлено в 8 раз больше, чем капусты. Сколько заготовили капусты и картофеля в отдельности?
2. В двух ящиках лежат помидоры. Во втором ящике в 3 раза больше помидоров, чем в первом. Сколько помидоров в обоих ящиках, если в первом ящике 12 кг?
3. У мальчика было 16 почтовых марок. Он купил еще несколько марок, после этого подарил младшему брату 23 марки, и у него осталось 19 марок. Сколько марок купил мальчик?
4. В пакете было 350 г сахара. Когда в него добавили еще сахару, в нем стало 900 г. Сколько граммов сахару добавили в пакет?
5. В двух карманах было 28 орехов, причем в левом кармане в 3 раза больше, чем в правом. Сколько орехов было в каждом кармане?

Задачи для самостоятельного решения

1. Проволоку длиной 135 м разрезали на две части так, что одна из них короче другой в 2 раза. Найти длину каждой части.

2. В первую смену на фабрике работает на 50 рабочих больше, чем во вторую. Всего в двух сменах работает 650 рабочих. Сколько рабочих работает в каждую смену в отдельности?

3.По данных предыдущей задачи составить задачу на нахождение двух чисел по сумме и кратному отношению. Решить составленную задачу.

4. При первой космической скорости космический корабль может вращаться вокруг земли, не падая на нее. При третьей космической скорости космический корабль может покинуть пределы солнечной системы и навсегда улететь во Вселенную. Третья космическая скорость в 4 раза, или на 24 км/с больше первой космической скорости. Найти первую и третью космические скорости.

5. Площадь двух комнат квартиры равна 49,5 м^2. Одна комната имеет площадь в 1,25 раза большую, чем другая комната. Какова площадь каждой комнаты?

6. На основе предыдущей задачи составить и решить задачу по схеме: 22 м^2; □ ; 49,5 м^2.

7. Составить и решить задачи на нахождение двух чисел:

а) по сумме и разности $23\frac{1}{4}\,м$; $10\frac{1}{4}\,м$; □; □.

б) по сумме и кратному отношению: $10\frac{1}{4}\,м$; в $2\frac{15}{16}$ раза; □;□.

в) по разности и кратному отношению $23\frac{1}{4}\,м$; в $2\frac{15}{16}$ раза □;□.

8. В первый день скосили 40 га посевов; во второй день в 2 раза $\frac{больше}{меньше}$, чем в первый день. В третий день скосили на 15 га $\frac{больше}{меньше}$, чем во второй день.

Сколько гектаров скосили в третий день?

9. Дед старше отца на 35 лет. Отец старше сына в 7 раз. Всем троим 110 лет.

Сколько лет каждому из них?

Тест-задания.

1

А1.На одной ферме 847 коров, а на другой – на 309 коров больше. Сколько коров на двух фермах?

а)847-309=538(к.) б)847+309=1156(к.) в)847+309=1156(к.)
847+538=1385(к.) 847+1156=2003(к.)

А2.Масса яблока 140 г, а масса груши на 60 г больше. Какова масса трех таких яблок и груши?

а)140+60=200(г) б)140+60=200(г) в)140-60=80(г)
б)140*3=420(г) 140+200=340(г) 140*3=420(г)
140+420=560(г) 80+420=500(г)

В1.Расстояние от дома до школы 370 м, а расстояние от дома до стадиона 1240 м. На сколько метров расстояние от дома до школы меньше расстояния от дома до стадиона?

а)1610 б)870 в)1510

В2.В двух корзинах 16,8 кг помидоров. В одной корзине в 2 раза больше помидоров, чем в другой. Сколько килограммов помидоров в каждой корзине?

а)5,6 и 11,2 б)8,4 и 8,4 в)4,2 и 12,6

С. Сумма двух чисел 549, Одно из них в 8 раз больше другого. Найдите эти числа?

2

А1. Я задумал число. Если его увеличить в 11 раз и результат уменьшить на 2,75, то получится 85,25. Какое число я задумал?

а)85,25-2,75=82,5 б)85,25+2,75=88 в)85,25+2,75=88
82,5:11=7,5 88:11=8 88*11=968

А2. Два комбайнера убрали пшеницу с 64,2 га. Сколько гектаров убрал каждый комбайнер, если первый убрал на 2,8 га меньше чем второй?

а)x+x-2,8=64,2 б) x+x+2,8=64,2 в)x+x-2,8=64,2
2x=64,2+2,8 2x=64,2-2,8 x-2,8=64,2
2x=67 2x=61,4 x=67
x=33,5 x=30,7
33,5-2,8=30,7 67-2,8=64,2

В1. Два тракториста вспахали 12,32 га земли, причем один из них вспахал в 1,2 раза меньше другого. Сколько гектаров земли вспахал каждый тракторист?

а)5,6 га,6,72 га б)61,6 га,73,92 га в)6,3 га,6,02 га

В2. В трех ящиках было 76 кг вишни. Во втором ящике было в 2 раза больше, чем в первом, а в третьем – на 8 кг больше вишни, чем в первом. Сколько килограммов вишни было в каждом ящике?
а)15кг;35кг;26кг б)10кг;36кг;20кг в)17кг;34кг;25кг

С. Сумма двух чисел равна $12^4/_7$. Одно из них в $1^2/_7$ раза больше другого. Найдите эти числа.

Задачи на нахождение дроби от числа и числа от дроби.

I. Основные понятия в задачах на нахождение дроби от числа и числа от дроби.

Если каждый тип задач на нахождение дроби от числа и числа от дроби учащиеся решают по отдельности, то они как правило особых затруднений при этом не испытывают. Все трудности начинаются, когда ученикам приходится самим относить ту или иную задачу к определенному типу.

Ученики должны понять и заучить, что дробь от числа находят умножением на дробь, а число по его дроби - делением на дробь. Мотивировать необходимость запоминания можно тем, что в таком случае сокращается и облегчается процесс решения задач данных типов.

II. Основные этапы решения задач.

Рассмотренные типы задач сводятся воедино с помощью выделения основных компонентов каждой задачи на дроби. Эти компоненты могут быть представлены в следующем виде:

Всё число (именованные единицы)	Дробь от числа	Значение дроби от числа (именованные единицы)

Далее учитель рассматривает вместе с учениками любую из уже решенных в классе задач.

Задача 1

В хоре 80 учащихся, 1/4 из них - мальчики.
Сколько мальчиков в хоре?

Заполняем таблицу с помощью ответов на вопросы:

Что есть все число в задаче? Известно ли оно? О какой дроби от всего числа говорится в задаче? Известно ли значение этой дроби?

Всё число	Дробь от числа	Значение дроби от числа
80 учащихся	1/4	20 учащихся

Далее анализируем заполненную таблицу и выделяем все имеющиеся зависимости между рассматриваемыми величинами с помощью следующих вопросов:

Как найти значение дроби, если известно все число - 80 учеников и дробь от него - 1/4?

Как найти все число, если известна дробь от него - 1/4 и значение дроби - 20 человек?

Как найти дробь зная все число - 80 учеников и значение дроби 20 учеников?

Что показывает дробь 1/4?

Ответы на поставленные вопросы можно записать схематично следующим образом:

(значение дроби) = (все число) * (дробь от числа), (все число) = (значение дроби) : (дробь от числа),

(дробь от числа) = значение дроби) : (все число)

Эту схему ученики должны записать в своих тетрадях вместе с исходной таблицей. Желательно также оформить ее на плакате с тем, чтобы она присутствовала на нескольких уроках, пока учащиеся ее запомнят.

Далее решаются элементарные задачи, но таким образом, чтобы учащиеся сами осуществляли выбор типа задачи и соответствующего правила и действия.

После того как с помощью таблицы решено необходимое количество элементарных задач, осуществляется переход к решению более сложных задач.

Итак, при решении сложных задач рассматриваемых типов можно выделить следующие шаги:

1. Выделить отдельные ситуации в задаче - отдельные подзадачи;
2. отнести каждую ситуацию к определенному типу с помощью ответов на вопросы таблицы (что есть все число, известно ли оно и т.д.?);
3. решить каждую элементарную подзадачу, опираясь на соответствующее правило;
4. свести все ситуации воедино.

III. Примеры решения задач.

Задача

Туристы за три дня прошли 48 км. В первый день они прошли 1/4 всего расстояния, а во второй день - 5/9 остатка.

Сколько км они прошли в третий день?

Решение задачи разбиваем на ряд элементарных подзадач с помощью традиционных вопросов:

«Сколько ситуаций рассматривается в задаче, какие это ситуации, что известно про каждую ситуацию?».

При ответе на последний вопрос ученики должны указать, что в первой ситуации (движение туристов в первый день) известно:

1. все число - это путь;
2. дробь от всего числа;
3. неизвестно значение дроби, которое можно найти.

Не делая вычислений, продолжаем анализ ситуации (движение во второй день) школьники должны заметить, что всем числом теперь является путь, оставшийся после того, что было пройдено в первый день.

Итак, при анализе задачи оказывается заполненной таблица:

	Всё число	Дробь от числа	Значение дроби от числа
1-й день	48 км	1/4	? км
2-й день	Остаток после первого дня пути	5/9	? км
3-й день	? км		

После составления таблицы план решения задачи следует детально обсудить с учениками и проследить за его реализацией.

Решение.

1) 48 * 1/4 = 12 км - путь, пройденный в 1-й день.

2) 48 - 12 = 36 км - остаток после первого дня пути.

3) 26 * 5/9 = 20 км путь, пройденный во 2-й день.

4) 48 - 12 - 20 = 16 км путь, пройденный в 3-й день.

Ответ: 16 км.

4.Задачи для работы в классе.

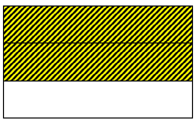
1. Начертите отрезок длиной 8 см. Отметьте цветным карандашом 5/8 отрезка. Какая часть отрезка осталась не отмеченной?
2. Купили кусок ткани длиной 2м 50 см и из 1/5 куска сшили платье для куклы. Сколько сантиметров ткани ушло на это платье?
3. От дыни массой 2кг 400 г Ване отрезали 1/5 дыни, а Маше 1/6 дыни. Чему равна масса каждого отрезанного куска? Сколько граммов дыни осталось?
4. Велосипедист проехал 2/9 дороги. Какова длина дороги, если он проехал 40 км?
5. До обеда выгрузили 7/10 зерна, находившегося в товарном вагоне. Сколько тонн зерна было в вагоне, если выгрузили 42 т?
6. В книге 140 страниц. Володя прочитал 4/5 этой книги. Сколько страниц прочитал Володя?
7. Свая возвышается над водой на 1,5 м, что составляет 3/16 длины всей сваи. Какова длина всей сваи?
8. У брата и сестры 90 марок. Сколько марок у сестры, если у брата 0,3 всех марок?
9. В первый день туристы прошли 5/24 намеченного пути, а во второй день 0,8 того, что прошли в первый день. Как велик намеченный путь, если во второй день туристы прошли 24 км?
10. В первый день тракторная бригада вспахала 3/8 участка, во второй день 2/5 остатка, а в третий день – остальные 216 га. Определите площадь участка.

Тест-задания.

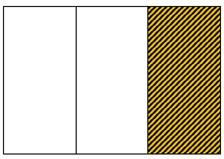
1.

А1. Начертите квадрат со стороной 6 клеток. Разделите его на 3 доли и закрасьте 2/3 квадрата. Какая часть квадрата осталась не закрашенной?

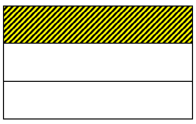
а) Осталась 1/3.



б) Осталось 1/3



в) Осталось 2/3



А2. Человек прошел 2/3 дороги. Какова длина всей дороги, если он прошел 4 км?

а)4:2=2(км) б)4*3=12(км) в)4*3=12(км)
2*3=6(км) 12:2=6(км)

В1. Миша исписал 10 страниц тетради, что составляет 5/6 всей тетради. Сколько страниц в тетради?
а) 20 б) 8 в) 12
В2. Длина дороги 20 км. Заасфальтировали 2/5 дороги. Сколько километров дороги заасфальтировали?
а) 50 км б) 8 км в) 2 км

С. Купили 5 кг 600 г сахара и израсходовали на варенье 7/8 всего сахара. Сколько сахара пошло на варенье? Сколько сахара осталось?

2.

А1. В книге 140 страниц. Алеша прочитал 0,8 этой книги. Сколько страниц прочитал Алеша?
а)140*0,8=112(стр.) б)140:0,8=145(стр.) в)140*0,8=114(стр.)
А2. Девочка прошла на лыжах 300 м, что составляло 3/8 всей дистанции. Какова длина дистанции?
а)300:$^3/_8$=800(м) б)300:$^3/_8$ =700(м) в)300*$^3/_8$=112(м)

В1. Площадь одной комнаты 21 м^2, а площадь второй комнаты составляет 3/7 площади первой комнаты. Найдите площадь двух комнат.
а)32 м^2 б)12 м^2 в)30 м^2
В2. Продано 3/8 полученных магазином лыж, после чего осталось 120 пар лыж. Сколько пар лыж было получено магазином?
а)192 б)72 в)292

С. До обеда путник прошел 0,75 намеченного пути, а после обеда он прошел 1/3 пути, пройденного до обеда. Прошел ли путник за день весь намеченный путь?

Задачи на пропорции.

I. Основные понятия в задачах на пропорции.

Проведение подготовительной работы при обучении решению задач на прямую и обратную пропорциональность и построение цепочки задач от простого к сложному повысят доступность задач этого типа. Разумеется, нельзя требовать, чтобы все учащиеся умели решать такие задачи, но участие в поиске решения, тренировка в различении прямой и обратной пропорциональности, ознакомление с практикой решения задач будут полезны каждому из них.

С чего же начинать?

1. Научить школьников решать пропорции сознательно используя основное свойство пропорций.

2. Научить выделять в условиях задач две величины, устанавливать вид зависимости между ними.

3. Научить по условию задачи составлять пропорцию.

II. Основные этапы решения задач на прямую и обратную пропорциональность.

Первые задачи нацелены на подготовку к введению понятий прямой и обратной пропорциональности, они предполагают получение ответа с опорой на опытные представления учащихся.

Здесь полезно напомнить, что стоимость покупки определяется по формуле:

Стоимость = цена х количество;

И на примерах проследить, как при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз изменяется вторая величина при неизменной третьей. Аналогичная работа проводится по формуле:

Путь = скорость х время

Работа = производительность х время

1. За несколько одинаковых карандашей девочка заплатила 80 руб. Сколько нужно заплатить за такие же карандаши мальчику, который купил карандашей:

а) в 3 раза больше?

б) в 3 раза меньше?

2. Расстояние от села до города велосипедист проехал за 3 часа.

а) За сколько часов это расстояние пройдет пешеход, скорость которого в 3 раза меньше скорости велосипедиста?

б) За сколько часов это расстояние проедет мотоциклист, скорость которого в 5 раз больше скорости велосипедиста?

Опыт, полученный учащимися при решении задач 1 и 2 нужно использовать при формировании понятий прямой и обратной пропорциональности.

Далее, опираясь на полученный опыт т определения прямой и обратной пропорциональности, учащиеся должны ответить на вопросы заданий 3 и 4. Здесь следует постоянно обращать их внимание на то, какие величины изменяются, а какие - нет. В случае затруднений, нужно обращаться к конкретным числовым данным.

3. Какова зависимость между:

а) ценой одного карандаша и стоимостью нескольких карандашей при постоянном количестве?

б) количеством карандашей и их стоимостью при постоянной их цене?

В) количеством карандашей и их ценой при постоянной стоимости покупки?

4. а)Покупают одинаковые тетради. Какова зависимость между количеством тетрадей и стоимостью всей покупки?

б) Расстояние между городами можно проехать на велосипеде или мотоцикле. Какова зависимость между временем и скоростью движения?

Работу над задачами 1-4 надо обобщить, заметив, что если три величины связаны равенством а = b * с, то при постоянном произведении множители обратно пропорциональны, а при постоянном множителе другой множитель и произведение прямо пропорциональны.

III. Примеры решения задач.

1. За 6 ч поезд прошел 480 км. Сколько километров поезд прошел за первые 2 часа, если его скорость была постоянна?

Краткая запись условия задачи:

Время	Путь
За 6 часов -	480 км
За 2 часа -	Х км

В процессе устного обсуждения выясняем, что время и путь уменьшились в одно и то же число раз, так как при постоянной скорости эти величины прямо пропорциональны (уменьшение величины показываем стрелкой вниз, а увеличение - стрелкой вверх).

Во сколько раз уменьшилось время? (В 6/2 раза), а путь (в 480/х). Приравняем полученные отношения и решим пропорцию:

$$\frac{6}{2} = \frac{480}{x}\ ;\ x = 160 \text{ км}$$

Задачи для работы в классе.

1. Найти четыре числа, образующих пропорцию, если известно, что сумма крайних членов равна 14, сумма средних членов равна 11, а сумма квадратов таких четырех чисел равна 221. (Ответ: 12, 8, 3, 2)

2. За одно и то же время токарь делает 6 деталей, а его ученик 4 детали.

Сколько деталей сделает ученик за то же время, за которое токарь сделает 27 деталей?

3. Старинная задача.

Взяли 560 человек солдат, корма на 7 месяцев, а приказано им на службе быть 10 месяцев; и захотели людей от себя убавить, чтобы корма хватило на 10 месяцев. Спрашивается сколько человек надо убавить.

4. Из «арифметики» А.П. Киселева.

Для освещения 18 комнат в 48 дней издержано 120 фунтов керосина, причем в каждой комнате горело по 4 лампы.

На сколько дней достанет 125 фунтов керосина, если освещать 20 комнат и в каждой комнате будет гореть по 3 лампы?

5. Сумма первых трех членов пропорции равна 58. Третий член составляет 2/3, а второй 3/4 первого члена. Найти четвертый член пропорции и записать его.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Для варки варенья из вишни на 6 кг ягод берут 4 кг сахарного песку.

Сколько килограммов сахарного песку надо взять на 12 кг ягод?

2. 5 маляров могли бы покрасить забор за 8 дней. За сколько дней 10 маляров покрасят тот же забор?

3. Расстояние между двумя городами пассажирский поезд прошел со скоростью 80 км/ч за 3 ч. За сколько часов товарный поезд пройдет то же расстояние со скоростью 60 км/ч?

4. Из «арифметики» А.П. Киселева.8 аршин сукна стоят 30 руб.

Сколько стоят 15 аршин этого сукна?

5. Старинная задача.

Одна артель плотников, состоящая из 28 человек, может построить дом в 54 дня, а другая из 30 человек - в 45 дней. Какая артель работает лучше?

6. 3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

7. 100 синиц за 100 дней съедают 100 кг зерна. Сколько кг зерна съедят 10 синиц за 10 дней?

8. Из «арифметики» Л.Ф. Магницкого.

Некто имел 100 рублей в купечестве 1 год и приобрел ими только 7 рублей. А когда отдал в купечество 1000 рублей на 5 лет, сколько ими приобретет?

9. Старинная задача.

Переписчик в течение четырех дней может переписать 40 листов, работая по 9 ч в день.

Во сколько дней он перепишет 60 листов, работая по 12 ч в день?

10. Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.

Если писец может за 8 дней написать 15 листов, сколько понадобится писцов, чтобы написать 405 листов за 9 дней?

Задачи, в которых слагаемые пропорциональны некоторым числам.

Особенностью этого типа задач является то, что данные задачи пропорциональны некоторым числам. В связи с этим при решении вводится число: коэффициент пропорциональности, обозначающее количество, приходящегося на одну часть.

Пример решения задач.

Задача.

На производство костюма было израсходовано 2,8 м^2 ткани. Площади ткани, израсходованной на пиджак, брюки и жилетку, относятся как 7:5:2.

Сколько ткани пошло на брюки?

Решение.

1. Через r обозначим площадь ткани, приходящуюся на одну часть.

2. Количество ткани, которое пошло на пиджак, брюки и жилетку можно записать: 7r, 5r, 2r.

3. Общее количество ткани: 7r+5r+2r=2,8

4. Следовательно, r = 0,2

На брюки израсходовано 5*0,2=1 м^2 ткани.

Ответ: 1 м^2.

Задачи для работы в классе.

1. Числители трех дробей пропорциональны числам 1,2,5 а знаменатели соответственно пропорциональны числам 1,3,7. Среднее арифметическое этих дробей равно 200/441.

Найти эти дроби.

(Ответ: 4/7, 8/21, 120/49)

2. Площади трех участков земли находятся в отношении $\frac{11}{4}:\frac{11}{6}:\frac{11}{8}$. Известно, что с первого участка собрано зерна на 72 ц больше, чем со второго.

Найдите площадь всех трех участков, если средняя урожайность составляет 18 ц с 1 га.

(Ответ: 26 га)

3. Длина Дуная относится к длине Днепра как $6\frac{1}{3}:5$, а длина Дона относится к длине Дуная как 6,5 : 9,5.

Найдите протяженность каждой из рек, если Днепр длиннее Дона на 300 км.

(Ответ: 2850 км, 2250 км, 1950 км)

Задачи для самостоятельного решения.

1. Из четырех чисел первые три относятся между собой как $\frac{1}{6}:\frac{1}{15}:\frac{1}{45}$, а четвертое составляет 20% первого числа.

Найдите сумму всех четырех чисел, если известно, что первое число больше суммы остальных на 40.

2. Три бригады рабочих, в которых было вместе 225 человек, вырыли каждая по одному пруду. Время, затраченное бригадами на работу, оказалось пропорционально числам: $2\frac{3}{4}:1\frac{5}{6}:1\frac{3}{8}$.

Зная, что все рабочие работали с одинаковой производительностью труда и что пруды были одинакового размера, определите число рабочих в каждой бригаде.

3. Четыре числа находятся в отношении $2\frac{2}{3}:1{,}6:\frac{8}{9}:\frac{8}{15}$.

Найдите эти числа, если известно, что сумма первых двух на 240 больше суммы двух последних.

4. Заработная плата рабочего за октябрь и ноябрь относились как $1\frac{1}{2}:1\frac{1}{3}$, а за ноябрь и декабрь как $2:2\frac{2}{3}$. За декабрь он получил на 15 руб. больше, чем за октябрь, и за перевыполнение квартального плана рабочему начислили премию в размере 20% его 3-х месячного заработка.

Найти размер премии.

5. Числители трех данных дробей пропорциональны числам 1,2 и 3, а обратные величины соответствующих знаменателей пропорциональны числам 1,1/3 и 0,2.

Найти эти дроби, если их среднее арифметическое равно 136/315.

6. Найти сумму трех чисел, зная, что третье относится к первому, как 1,5:15/4 и составляет 40% второго, а сумма первого и второго равна 400.

7. Некоторый сплав состоит из двух металлов входящих в отношении 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3.

Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27?

8. Некоторый сплав содержит металлы **A** и **B** в отношении **m:n**, другой - те же металлы в отношении **p:g**.

Какие количества первого и второго сплавов нужно взять, чтобы получить 1 кг третьего сплава с равным содержанием металлов **A** и **B**?

9. Имеются два слитка сплавов золота и меди. В первом слитке отношение золота к меди равно 1:2, а во втором 2:3. Если сплавить 1/3 первого слитка с 5/6 второго, то в получившемся слитке окажется столько золота, сколько было в первом меди, а если 2/3 первого слитка сплавить с половиной второго, то в получившемся слитке окажется меди на 1 кг больше, чем было золота во втором слитке.

Сколько золота в каждом слитке?